# 内 容

一、坡印廷定理

二、层状介质中电磁波的传播

## 一、 坡印廷定理

设$\tau$是时变电磁场媒质空间的一个区域，其外表面记为$S$

考察安培回路定律 $$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

两边同时点乘$\vec{E}$，再在τ区域内作体积分，则有

$$\int_\tau(\underline{\vec{E}\cdot\nabla\times\vec{H}})d\tau=\int_\tau(\vec{E}\cdot\vec{J})d\tau+\int_\tau\left(\vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)d\tau$$

根据矢量关系 $$\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})=\vec{H}\cdot(\nabla\times\vec{E})-\vec{E}\cdot(\nabla\times\vec{H})$$

可得 $$\underline{\vec{E}\cdot(\nabla\times\vec{H})}=\vec{H}\cdot\nabla\times\vec{E}-\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})=-\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}-\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})$$

所以有 $$-\int_\tau\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}d\tau-\int_\tau\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})d\tau=\int_\tau(\vec{E}\cdot\vec{J})d\tau+\int_\tau\left(\vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)d\tau$$

$$\int_\tau (\vec{E}\cdot\vec{J})d\tau+\int_\tau \nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})d\tau=\int_\tau \left(\vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)d\tau+\int_\tau \vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}d\tau$$

$$\Downarrow$$

$$\int_\tau (\vec{E}\cdot\vec{J})d\tau+\oint_S \left(\vec{E}\times\vec{H}\right)\cdot d\vec{s}=\int_\tau \left(\vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)d\tau+\int_\tau \vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}d\tau$$

电流J提供的能量

单位时间内穿出闭合面$S$的电磁场能量

单位时间$\tau$内电能和磁能量的减少量

**瞬时坡印廷矢量**（功率流密度、能流密度）： $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$

功率： $P=\int_S \vec{S}\left(\vec{r},t\right)\cdot d\vec{s}$

★平均坡印廷矢量

表示垂直方向上单位面积所通过功率的一个时间周期内平均值

$$\vec{S}_{av}=\frac{1}{T}\left[\int_0^T \underline{\vec{E}(\vec{r},t)\times\vec{H}(\vec{r},t)}dt\right]$$

$$\vec{S}(\vec{r},t)=\vec{E}(\vec{r},t)\times\vec{H}(\vec{r},t)=\mathrm{Re}(\vec{E}e^{j\omega t})\times\mathrm{Re}(\vec{H}e^{j\omega t})$$

$$=\frac{\left(\vec{E}e^{j\omega t}+\vec{E}^{*}e^{-j\omega t}\right)}{2}\times\frac{\left(\vec{H}e^{j\omega t}+\vec{H}^{*}e^{-j\omega t}\right)}{2}$$

$$=\frac{1}{2}\left[\mathrm{Re}\left(\vec{E}\times\vec{H}e^{j2\omega t}\right)+\mathrm{Re}\left(\vec{E}\times\vec{H}^{*}\right)\right]$$

$$\vec{S}_{av}=\frac{1}{T}\int_0^T\frac{1}{2}\left[\mathrm{Re}\left(\vec{E}\times\vec{H}e^{j2\omega t}\right)+\mathrm{Re}\left(\vec{E}\times\vec{H}^{*}\right)\right]dt=\mathrm{Re}\left[\frac{1}{2}\left(\vec{E}\times\vec{H}^{*}\right)\right]$$

★复坡印廷矢量

$$\vec{S}=\frac{1}{2}\vec{E}\times\vec{H}^{*}$$

$$\vec{S}_{av}=\mathrm{Re}\left[\frac{1}{2}\left(\vec{E}\times\vec{H}^{*}\right)\right]$$

例题 已知正弦电磁场的表达式为

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\hat{x}3x\cos\left(1.2\times10^{9}t-4z+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\vec{H}(\vec{r},t)=\hat{y}\frac{x}{40\pi}\cos\left(1.2\times10^{9}t-4z+\frac{\pi}{4}\right)$$

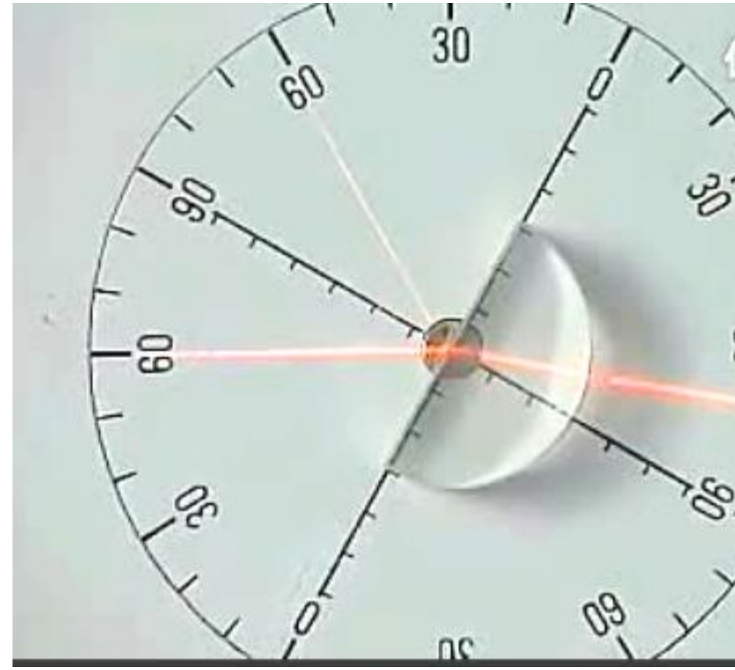
求点$P$（1，2，0）处的 $\vec{S}(\vec{r},t)$ 和 $\vec{S}_{av}$ 。

# 内 容

一、坡印廷定理

二、层状介质中电磁波的传播

- 现象：电磁波入射到不同媒质分界面上时，一部分波被分界面反射，一部分波透过分界 面。



- 入射方式：垂直入射、斜入射;

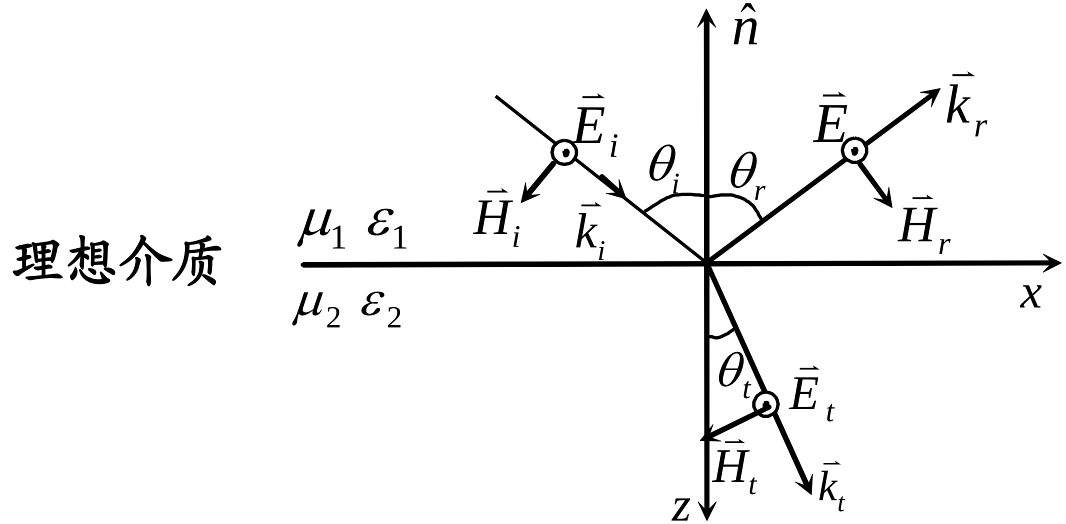
- 媒质类型：

理想导体、理想介质、导电媒质

- 分析方法：

入射波（已知）+反射波（未知） $\xleftrightarrow{\text{边界条件}}$ 透射波（未知）

# 1. 垂直极化波（电场垂直于入射面）




垂直极化波

假设媒质分界面为相应$xy$平面，

入射面为$xz$平面（$\hat{z}$指向下）。

$z<0$ 区域为媒质1（$\mu_1, \varepsilon_1, \sigma_1=0$）

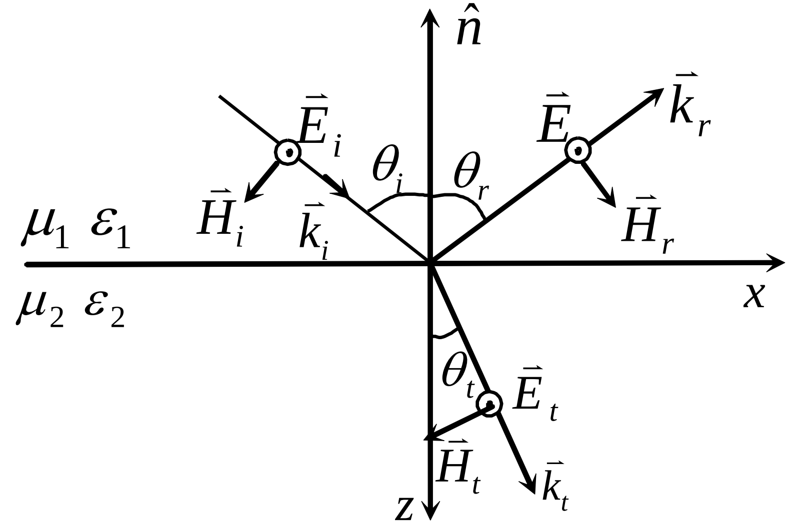
$z>0$ 区域为媒质2（$\mu_2, \varepsilon_2, \sigma_2=0$）

**入射波:**

波矢 $\vec{k}_i = \hat{x}k_{ix} + \hat{z}\,k_{iz}$

$$\vec{k}_i \cdot \vec{r} = xk_{ix} + zk_{iz}$$

$$k_i = \sqrt{\omega^2 \mu_1 \varepsilon_1} = k_1$$




垂直极化波

设原点上入射波的电场复振幅为1，则入射面内任意点上入射波的电场复矢量为

$$\vec{E}_i = \hat{y}e^{-j\left(xk_{ix}+zk_{iz}\right)}$$

对应的入射波磁场复矢量为

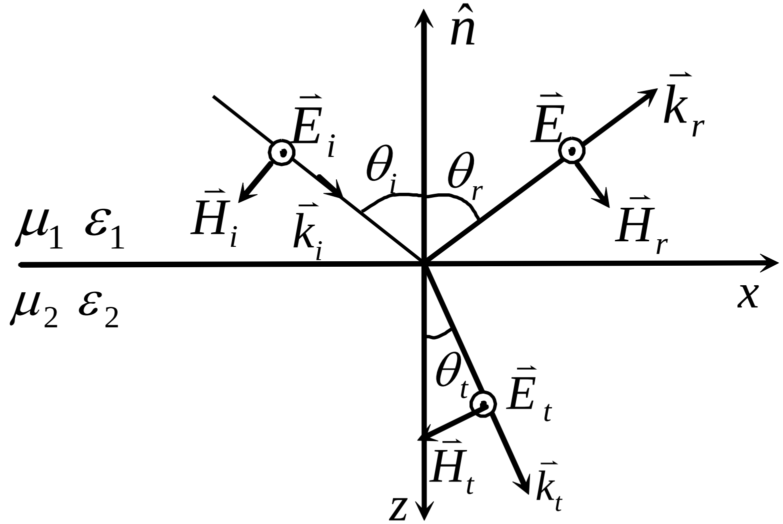
$$\vec{H}_i = \frac{\vec{k}_i \times \vec{E}_i}{k_i \eta} = \frac{1}{\omega\mu_1}\left(\hat{x}k_{ix} + \hat{z}\,k_{iz}\right)\times \hat{y}e^{-j\left(xk_{ix}+zk_{iz}\right)}$$

$$= \frac{1}{\omega\mu_1}(\hat{z}k_{ix} - \hat{x}k_{iz})e^{-j\left(xk_{ix}+zk_{iz}\right)}$$

$$\eta_1 = \frac{\omega\mu_1}{k_i} = \frac{\omega\mu_1}{k_1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}$$

$$k_1\eta_1 = \omega\sqrt{\mu_1\varepsilon_1}\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} = \omega\mu_1$$

**反射波:**




波矢 $\vec{k}_r = (\hat{x}k_{rx} - \hat{z}k_{rz})$

其中 $k_r = \sqrt{\omega^2\mu_1\varepsilon_1} = k_i = k_1$

电场复矢量 $\vec{E}_r = \hat{y}Re^{-j(k_{rx}x - k_{rz}z)}$

$R$ 反射系数：切向反射电场与切向入射电场之比。

垂直极化波

磁场复矢量

$$\vec{H}_r = \frac{\hat{k}_r \times \vec{E}_r}{\eta_1 k_r} = \frac{(\hat{x}k_{rx} - \hat{z}k_{rz})}{\mu_1\omega} \times \hat{y}Re^{-j(k_{rx}x - k_{rz}z)}$$

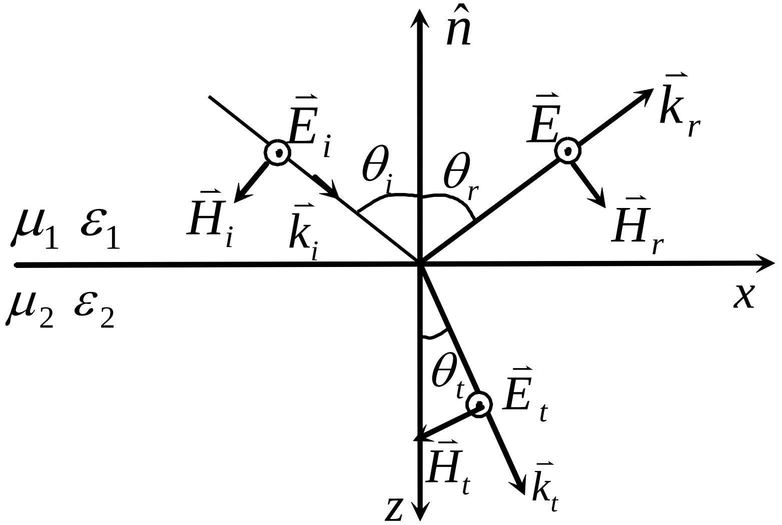
$$= \frac{R}{\mu_1\omega}(\hat{z}k_{rx} + \hat{x}k_{rz})e^{-j(k_{rx}x + k_{rz}z)}$$

## 折射波:

$$\vec{k}_t = \hat{x}k_{tx} + \hat{z}k_{tz}$$

$$k_t = \sqrt{\omega^2\mu_2\varepsilon_2} = k_2$$

$$\vec{E}_t = \hat{y}Te^{-j(xk_{tx}+zk_{tz})}$$




垂直极化波

T 透射系数：切向折射电场与切向入射电场之比。

$$\vec{H}_t = \frac{\hat{k}_t \times \vec{E}_t}{\eta_2 k_2} = \frac{T}{\omega\mu_2}\left(\hat{x}k_{tx} + \hat{z}k_{tz}\right)\times\hat{y}e^{-j(xk_{tx}+zk_{tz})}$$

$$= \frac{T}{\omega\mu_2}(\hat{z}k_{tx} - \hat{x}k_{tz})e^{-j(xk_{tx}+zk_{tz})}$$

入射波 $\begin{cases} \vec{E}_i = \hat{y}e^{-j(k_{ix}x+k_{iz}z)} \\ \vec{H}_i = \dfrac{1}{\omega\mu_1}(\hat{z}k_{ix} - \hat{x}k_{iz})e^{-j(k_{ix}x+k_{iz}z)} \end{cases}$

反射波 $\begin{cases} \vec{E}_r = \hat{y}Re^{-j(k_{rx}x-k_{rz}z)} \\ \vec{H}_r = \dfrac{R}{\omega\mu_1}(\hat{z}k_{rx} + \hat{x}k_{rz})e^{-j(k_{rx}x-k_{rz}z)} \end{cases}$

折射波 $\begin{cases} \vec{E}_t = \hat{y}Te^{-j(xk_{tx}+zk_{tz})} \\ \vec{H}_t = \dfrac{T}{\omega\mu_2}(\hat{z}k_{tx} - \hat{x}k_{tz})e^{-j(xk_{tx}+zk_{tz})} \end{cases}$

理想介质分界面

利用边界条件 $\hat{n}\times(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0$，$\underline{\hat{n}\times(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0}$ $\quad z = 0$

可得

$$\begin{cases} e^{-jk_{ix}x} + Re^{-jk_{rx}x} = Te^{-jk_{tx}x} \\ -\dfrac{1}{\omega\mu_1}k_{iz}e^{-jk_{ix}x} + \dfrac{R}{\omega\mu_1}k_{rz}e^{-jk_{rx}x} = -\dfrac{T}{\omega\mu_2}k_{tz}e^{-jxk_{tx}} \end{cases}$$

对任意 $x$ 都成立

若对任意 $x$ 都成立，则有

$$k_{ix} = k_{rx} = k_{tx}$$

$$k_i \sin\theta_i = k_r \sin\theta_r = k_t \sin\theta_t$$

考虑到 $k_i = k_r = k_1$，由上式推出

$$\theta_r = \theta_i \longrightarrow \text{反射定律}$$

$$\frac{\sin\theta_t}{\sin\theta_i} = \frac{k_i}{k_t} = \sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}} \longrightarrow \text{折射定律（或斯耐尔定律）}$$

将反射定率和折射定律应用在边界条件上，得

$$\begin{cases} 1 + R = T \\ -\dfrac{1}{\omega\mu_1}k_{iz} + \dfrac{R}{\omega\mu_1}k_{rz} = -\dfrac{T}{\omega\mu_2}k_{tz} \end{cases}$$

令：

$$Z_1 = \frac{\omega\mu_1}{k_{iz}};\quad Z_2 = \frac{\omega\mu_2}{k_{tz}}$$

$$\begin{cases} 1+R=T \\ -\dfrac{1}{Z_1}+\dfrac{R}{Z_1}=-\dfrac{T}{Z_2} \Rightarrow -1+R=-\dfrac{Z_1}{Z_2}T \end{cases}$$

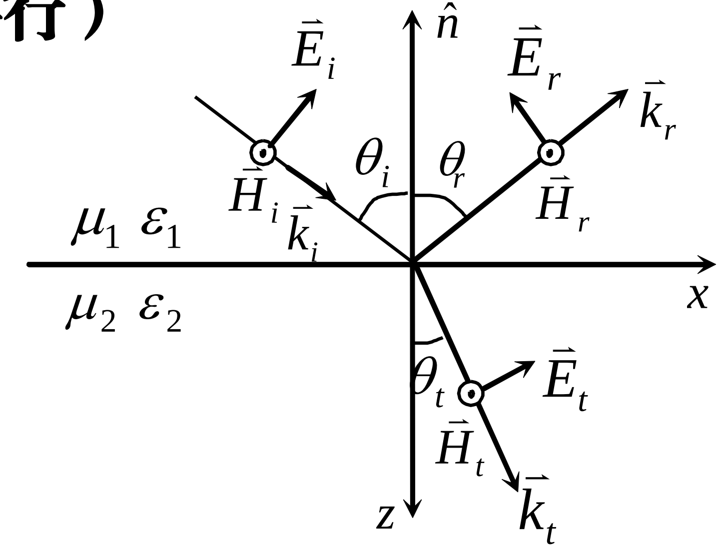
$$2=\left(1+\frac{Z_1}{Z_2}\right)T \Rightarrow T=\frac{2}{\left(1+\dfrac{Z_1}{Z_2}\right)}=\frac{2Z_2}{(Z_1+Z_2)}$$

$$R=T-1=\frac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2}$$

反射系数 $R_\perp=\dfrac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2}$ 折射系数 $T_\perp=\dfrac{2Z_2}{(Z_1+Z_2)}$

$$Z_1=\frac{\omega\mu_1}{k_{iz}};Z_2=\frac{\omega\mu_2}{k_{tz}}$$

# 2、平行极化波（电场方向与入射面平行）



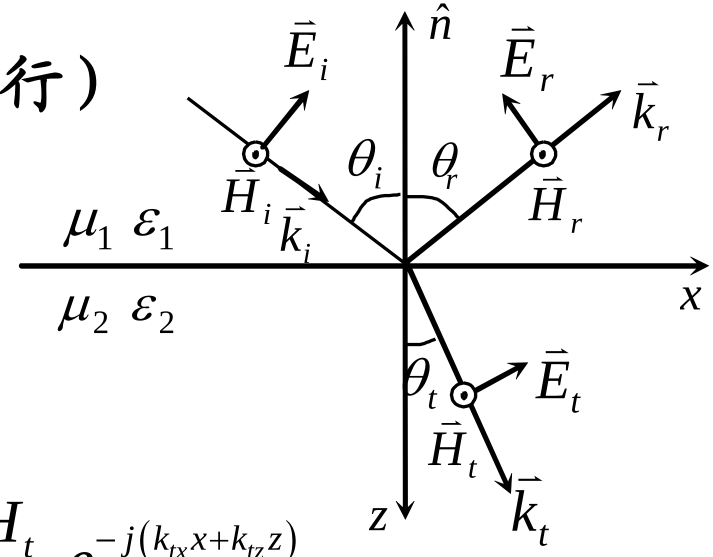

平行极化波

平行极化波的磁场复矢量只有y分量

入射波
$$\vec{H}_i = \hat{y}H_i e^{-j(k_{ix}x+k_{iz}z)}$$
$$\vec{E}_i = \frac{\eta_1 \vec{H}_i \times \vec{k}_i}{k_1} = \frac{\hat{y}\times\vec{k}_i}{\omega\varepsilon_1} H_i e^{-j(k_{ix}x+k_{iz}z)}$$
$$= \frac{\hat{y}\times(k_{ix}\hat{x}+k_{iz}\hat{z})}{\omega\varepsilon_1} H_i e^{-j(k_{ix}x+k_{iz}z)} = \frac{(-k_{ix}\hat{z}+k_{iz}\hat{x})}{\omega\varepsilon_1} H_i e^{-j(k_{ix}x+k_{iz}z)}$$

反射波
$$\vec{H}_r = \hat{y}H_r e^{-j(k_{rx}x-k_{rz}z)}$$
$$\vec{E}_r = \frac{\vec{H}_r \times \vec{k}_r}{\omega\varepsilon_1} = \frac{\hat{y}\times\vec{k}_r}{\omega\varepsilon_1} H_r e^{-j(k_{rx}x-k_{rz}z)} = \frac{(-k_{ix}\hat{z}-k_{iz}\hat{x})}{\omega\varepsilon_1} H_r e^{-j(k_{rx}x-k_{rz}z)}$$

## 2、平行极化波（电场方向与入射面平行）



平行极化波

折射波
$$\begin{cases} \vec{H}_t = \hat{y} H_t e^{-j(k_{tx}x + k_{tz}z)} \\ \vec{E}_t = \dfrac{\vec{H}_t \times \vec{k}_t}{\omega\varepsilon_2} = (-k_{tx}\hat{z} + k_{tz}\hat{x}) \dfrac{H_t}{\omega\varepsilon_2} e^{-j(k_{tx}x + k_{tz}z)} \end{cases}$$

利用边界条件 $\hat{n}\times(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0;\quad \hat{n}\times(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0$

$$\begin{cases} H_i e^{-jk_{ix}x} + H_r e^{-jk_{rx}x} = H_t e^{-jk_{tx}x} \\ k_{iz}\dfrac{H_i}{\omega\varepsilon_1} e^{-jk_{ix}x} - k_{tz}\dfrac{H_r}{\omega\varepsilon_1} e^{-jk_{rx}x} = k_{tz}\dfrac{H_r}{\omega\varepsilon_2} e^{-jk_{tx}x} \end{cases}$$

对任意 $x$ 都成立

无论垂直极化还是平行极化，均满足：

$$k_{ix} = k_{rx} = k_{tx}$$

$$k_i \sin\theta_i = k_r \sin\theta_r = k_t \sin\theta_t$$

考虑到 $k_i = k_r = k_1$，由上式推出

$$\theta_r = \theta_i \longrightarrow$$ 反射定律

$$\frac{\sin\theta_t}{\sin\theta_i} = \frac{k_i}{k_t} = \sqrt{\frac{\mu_1\varepsilon_1}{\mu_2\varepsilon_2}} \longrightarrow$$ 折射定律（或斯耐尔定律）

$$\begin{cases} H_i + H_r = H_t \\ \dfrac{k_{iz}}{\omega\varepsilon_1} H_i - \dfrac{k_{rz}}{\omega\varepsilon_1} H_r = \dfrac{k_{tz}}{\omega\varepsilon_2} H_t \end{cases}$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0$$

$$\hat{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0$$

$R$ 反射系数：切向反射电场与切向入射电场之比。

T 透射系数：切向折射电场与切向入射电场之比。

$$R = \frac{-\dfrac{k_{iz}}{\omega\varepsilon_1} H_r}{\dfrac{k_{rz}}{\omega\varepsilon_1} H_i} = -\frac{H_r}{H_i}$$

$$T = \frac{\dfrac{k_{tz}}{\omega\varepsilon_2} H_t}{\dfrac{k_{iz}}{\omega\varepsilon_1} H_i} = \frac{\dfrac{k_{tz}}{\omega\varepsilon_2}}{\dfrac{k_{iz}}{\omega\varepsilon_1}} \frac{H_t}{H_i}$$

$$\begin{cases} H_i + H_r = H_t \Rightarrow 1 + \dfrac{H_r}{H_i} = \dfrac{H_t}{H_i} & \hat{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0 \\ \dfrac{k_{iz}}{\omega\varepsilon_1} H_i - \dfrac{k_{rz}}{\omega\varepsilon_1} H_r = \dfrac{k_{tz}}{\omega\varepsilon_2} H_t \Rightarrow 1 - \dfrac{H_r}{H_i} = \dfrac{\dfrac{k_{tz}}{\omega\varepsilon_2}}{\dfrac{k_{iz}}{\omega\varepsilon_1}} \dfrac{H_t}{H_i} & \hat{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \end{cases}$$

$$R_\parallel = -\frac{H_r}{H_i} \qquad T_\parallel = \frac{\dfrac{k_{tz}}{\omega\varepsilon_2}}{\dfrac{k_{iz}}{\omega\varepsilon_1}} \frac{H_t}{H_i} = \frac{Z_2}{Z_1} \frac{H_t}{H_i}$$

定义:

$$\boxed{Z_1 = \frac{k_{iz}}{\omega\varepsilon_1}; Z_2 = \frac{k_{tz}}{\omega\varepsilon_2}}$$

$$\begin{cases} 1 - R_\parallel = \dfrac{H_t}{H_i} = T_\parallel \dfrac{Z_1}{Z_2} \\ 1 + R_\parallel = T_\parallel \end{cases} \Rightarrow$$

$$2 = T\left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) \Rightarrow T_\parallel = \frac{2Z_2}{(Z_1 + Z_2)}$$ 折射系数

$$R_\parallel = T_\parallel - 1 \Rightarrow R_\parallel = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$$ 反射系数

## 3、垂直入射

对于垂直入射的情况，因入射线、反射线和折射线重合，极化形式的名称可以任意规定，并且两种极化的反射系数和折射系数相同。

为了讨论方便，今后对垂直入射问题一般都视为垂直极化，并将反射系数$R_\perp$简记为R，即

$$R_\perp = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$R_\parallel = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_1 = \frac{\omega\mu_1}{k_{iz}} = \frac{\omega\mu_1}{k_i} = \eta_1;$$

$$Z_1 = \frac{k_{iz}}{\omega\varepsilon_1} = \frac{k_1}{\omega\varepsilon_1} = \eta_1;$$

$$Z_2 = \frac{\omega\mu_2}{k_{tz}} = \frac{\omega\mu_1}{k_t} = \eta_2$$

$$Z_2 = \frac{k_{tz}}{\omega\varepsilon_2} = \eta_2$$

$$\mathrm{R}_\perp = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

$$\mathrm{R}_\parallel = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

# 1区的总电场和总磁场

$$\vec{E}_1 = \hat{y}E_{i0}(e^{-j k_1 z} + \mathrm{R}e^{j k_1 z})$$

$$\vec{H}_1 = -\hat{x}\frac{E_{i0}}{\eta_1}(e^{-j k_1 z} - \mathrm{R}e^{j k_1 z})$$

$$E_1 = \hat{y}E_{i0}[e^{-j k_1 z} + \mathrm{R}\,e^{-j k_1 z} - \mathrm{R}\,e^{-j k_1 z} + \mathrm{R}\,e^{j k_1 z}]$$

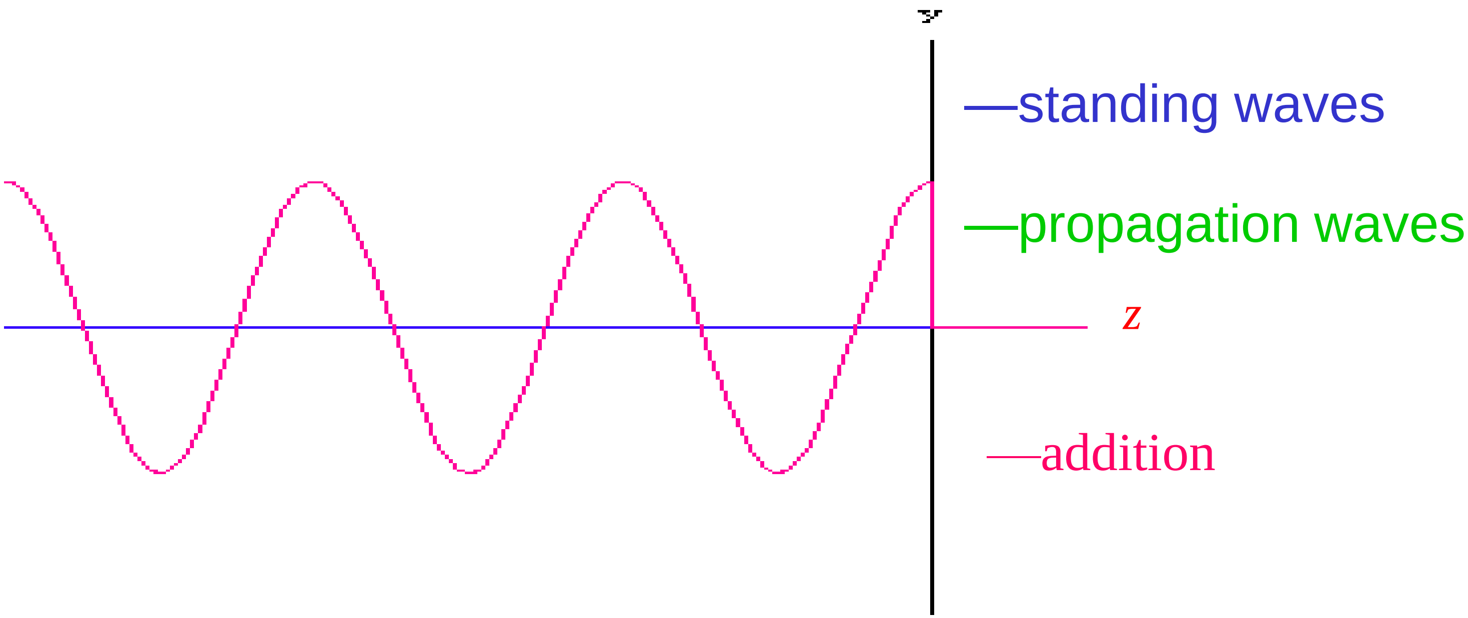
$$= \hat{y}E_{i0}[(1+\mathrm{R})e^{-j k_1 z} + j2\,\mathrm{R}\sin k_1 z]$$

行驻波

$$\vec{E}_1(t) = \mathrm{Re}[\vec{E}_1 e^{j\omega t}] = \underbrace{\boxed{\hat{y}E_{i0}(1+R)\cos(\omega t - k_1 z)}}_{\text{行波}} - \underbrace{\boxed{\hat{y}E_{i0}\,2\,\mathrm{R}\sin k_1 z\,\sin\omega t}}_{\text{驻波}}$$

媒质1中的合成波（入射+反射）：

行驻波



1区中的电磁场也可以写作

$$\vec{E}_1 = \hat{y}E_{i0}(1+\mathrm{R}e^{j2k_1z})e^{-jk_1z}$$

$$\vec{H}_1 = -\hat{x}\frac{E_{i0}}{\eta_1}(1-\mathrm{R}e^{j2k_1z})e^{-jk_1z}$$

可以将其理解为向$z$方向传播的一个平面波，它的振幅为

$$\left|\vec{E}_1\right| = E_m[1+\mathrm{R}^2+2\mathrm{R}\cos(2k_1z)]^{1/2}$$

$$\left|\vec{H}_1\right| = \frac{E_m}{\eta_1}[1+\mathrm{R}^2-2\mathrm{R}\cos(2k_1z)]^{1/2}$$

以上两式是以$z$为变量，以$\lambda/2$为周期的周期性函数。

其性质可以分两种情况讨论:

① 当电磁波由**光密媒质入射到光疏媒质**上时 $\eta_1<\eta_2$，$\mathrm{R}>0$

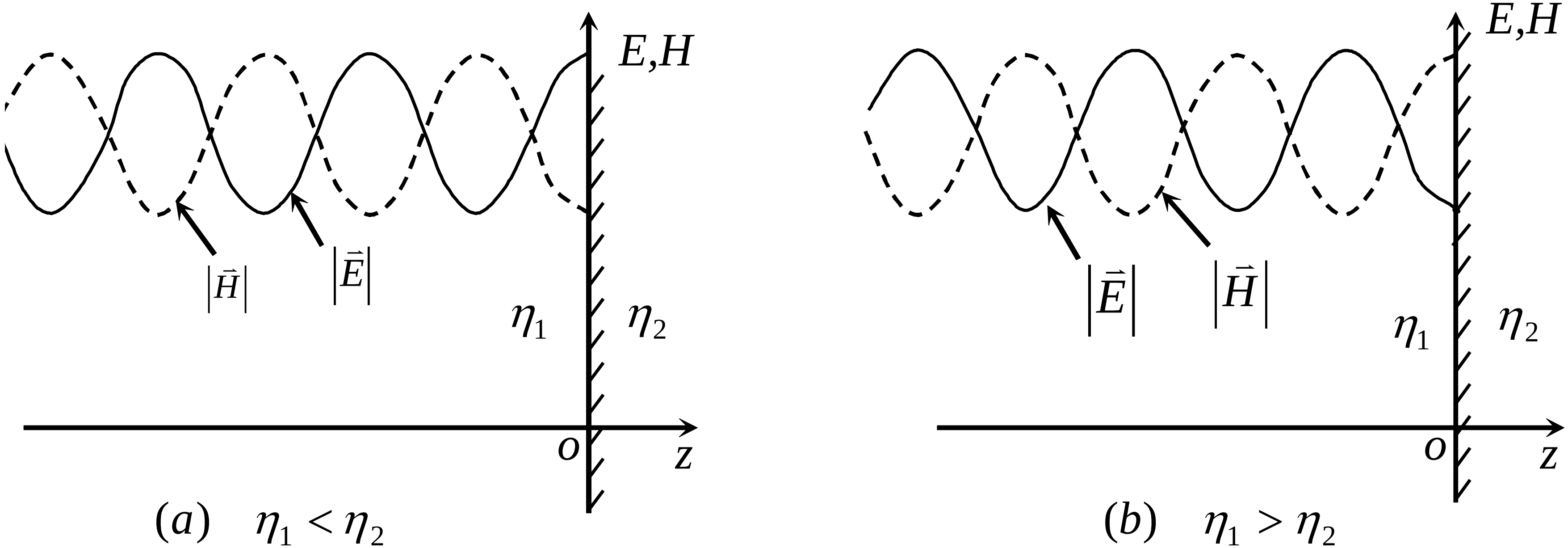
$z=-n\lambda_1/2$ 处，为电场振幅的最大点和磁场振幅的最小点

$2k_1z = 2\mathrm{n}\pi$

$$\left|\vec{E}_1\right| = E_{\max} = E_m(1+\mathrm{R}), \quad \left|\vec{H}_1\right| = H_{\min} = \frac{E_m}{\eta_1}(1-\mathrm{R})$$

$z = -(2n+1)\lambda_1/4$ 处，为电场振幅的最小点和磁场振幅的最大点

$$\left|\vec{E}_1\right| = E_{\min} = E_m(1-\mathrm{R}), \quad \left|\vec{H}_1\right| = H_{\max} = \frac{E_m}{\eta_1}(1+\mathrm{R})$$




行驻波的电场和磁场的振幅分布

★场强振幅的最大点处称为**波腹**，最小点处称为**波节**。

②当电磁波由光疏媒质入射到光密媒质上时 $\eta_1 > \eta_2$，R< 0

情况与①时正好相反。

③驻波比

电(磁)场的最大振幅值与最小振幅值之比称为驻波系数或驻波比(VSWR)，记作$\rho$，即

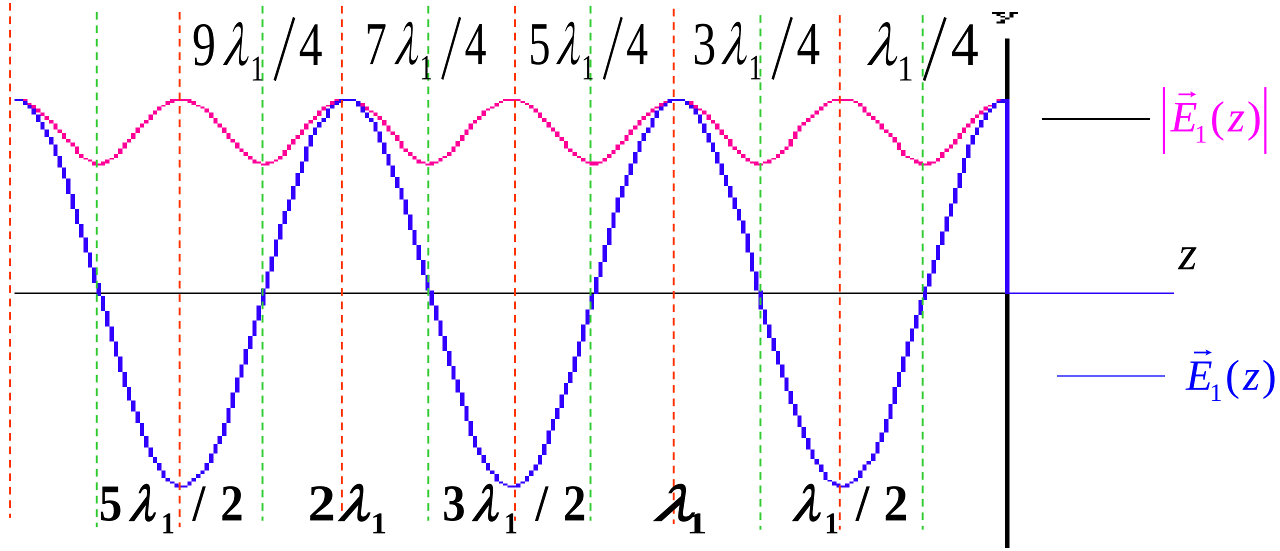
$$\rho = \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = \frac{H_{\max}}{H_{\min}} = \frac{1+|R|}{1-|R|}$$

反之，也可以用驻波系数$\rho$表示反射系数|R|

$$|R| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}$$

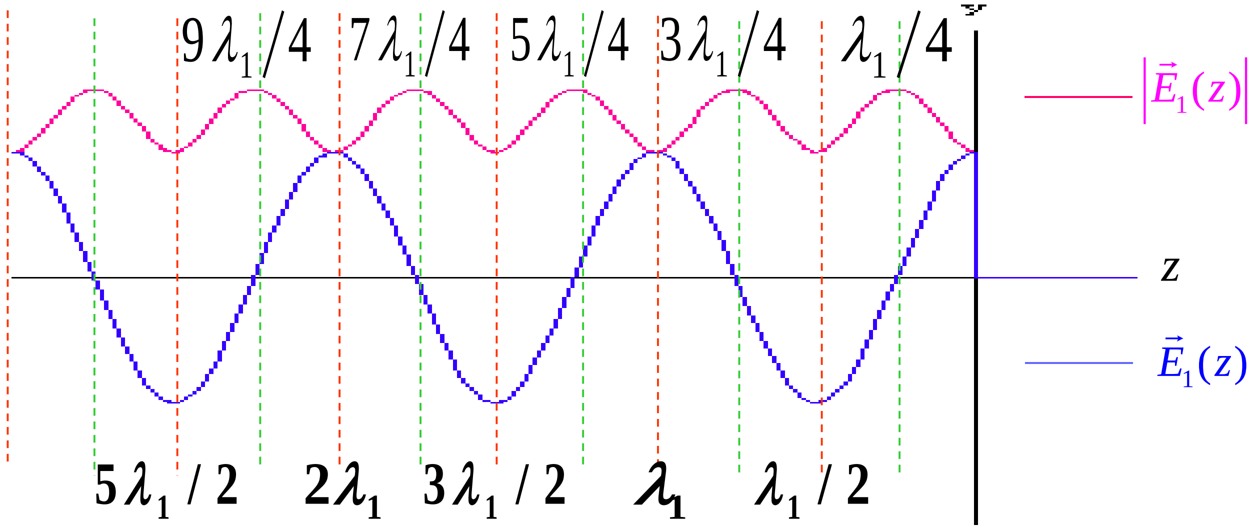
$$\left|\vec{E}_1\right| = E_m[1 + \mathrm{R}^2 + 2\,\mathrm{R}\cos(2k_1 z)]^{1/2}$$

$$\eta_1 < \eta_2,\ \ \mathrm{R} > 0$$



$$\left|\vec{E}_1\right| = E_m[1 + \mathrm{R}^2 + 2\,\mathrm{R}\cos(2k_1 z)]^{1/2}$$

$$\eta_1 > \eta_2, \;\; \mathrm{R} < 0$$



**功率反射系数和功率透射系数:**

在界面两侧的入射波、反射波和折射波的平均坡印廷矢量为

$$<\vec{S}_i>=\mathrm{Re}[\frac{1}{2}\vec{E}_i\times\vec{H}_i^*]=\hat{z}\frac{E_{i0}E_{i0}^*}{2\eta_1}=\hat{z}\frac{E_m^2}{2\eta_1}$$

$$<\vec{S}_r>=-\hat{z}\frac{E_m^2}{2\eta_1}\mathrm{R}^2 \qquad <\vec{S}_t>=\hat{z}\frac{E_m^2}{2\eta_2}\mathrm{T}^2$$

微波工程中常用

**功率反射系数** $\mathrm{R}_p=\frac{<\mathrm{S}_r>}{<\mathrm{S}_i>}=\mathrm{R}^2=\frac{(\eta_2-\eta_1)^2}{(\eta_2+\eta_1)^2}$

**功率透射系数** $\mathrm{T}_p=\frac{<\mathrm{S}_t>}{<\mathrm{S}_i>}=\frac{\eta_1}{\eta_2}\mathrm{T}^2=\frac{4\eta_2\eta_1}{(\eta_2+\eta_1)^2}$

由以上两式可得 $\mathrm{R}_p+\mathrm{T}_p=1$

可见，垂直入射到理想媒质界面上单位面积的入射波功率等于反射波功率与折射波功率之和，这一关系附合能量守恒关系。

## 4.全折射

**全折射**：当电磁波以某一入射角入射到两种媒质界面上时，如果反射系数为零，全部电磁能量都进入第二种媒质，这种情况称为**全折射**。

**布儒斯特角**：出现全折射时对应的入射角。记作 $\theta_{\mathrm{B}}$

**垂直极化波情况** $$R_{\perp}=\frac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2}=0\Rightarrow Z_2=Z_1$$

$$Z_1=\frac{\omega\mu_1}{k_{iz}};Z_2=\frac{\omega\mu_2}{k_{tz}}$$

$$\frac{\omega\mu_1}{k_{iz}}=\frac{\omega\mu_2}{k_{tz}}\Rightarrow k_{iz}=k_{tz}\Rightarrow k_i\cos\theta_i=k_t\cos\theta_r$$

$$k_{ix}=k_{rx}=k_{tx}\Rightarrow k_i\sin\theta_i=k_t\sin\theta_t$$

矛盾！

**垂直极化波情况不可能发生全折射！**

## 4.全折射

平行极化波情况 $R_{\parallel}=\dfrac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2}=0\Rightarrow Z_2=Z_1$

$$Z_1=\frac{k_{iz}}{\omega\varepsilon_1};Z_2=\frac{k_{tz}}{\omega\varepsilon_2}\Rightarrow\frac{k_i\cos\theta_i}{\varepsilon_1}=\frac{k_t\cos\theta_t}{\varepsilon_2}\Rightarrow\frac{\cos\theta_i}{\sqrt{\varepsilon_1}}=\frac{\cos\theta_t}{\sqrt{\varepsilon_2}}$$

$$k_{ix}=k_{rx}=k_{tx}\Rightarrow k_i\sin\theta_i=k_t\sin\theta_t\Rightarrow\sqrt{\varepsilon_1}\sin\theta_i=\sqrt{\varepsilon_2}\sin\theta_t$$

非磁性介质

舍！ $\theta_i=\theta_t$

$$\theta_i=\frac{\pi}{2}-\theta_t$$

$$\sin(2\theta_i)=\sin(2\theta_t)$$

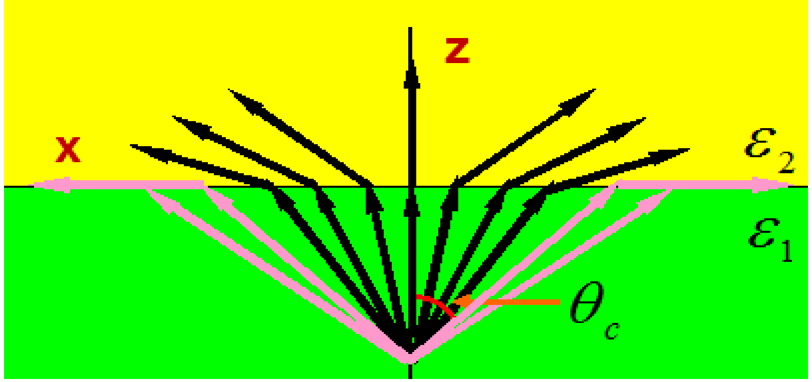
$$\theta_B=\arctan\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\right)$$

平行极化波可以发生全折射，发生全折射时，折射角与入射角互为余角。

★全折射的应用：从圆极化波提取线极化波。

## 5. 全反射

**全反射：** 当电磁波入射到媒质界面上时，如果反射系数|R| = 1，则透射在界面上的电磁波能量全部反射回媒质1，没有平均能流进入媒质2，这种现象称为**全反射**。



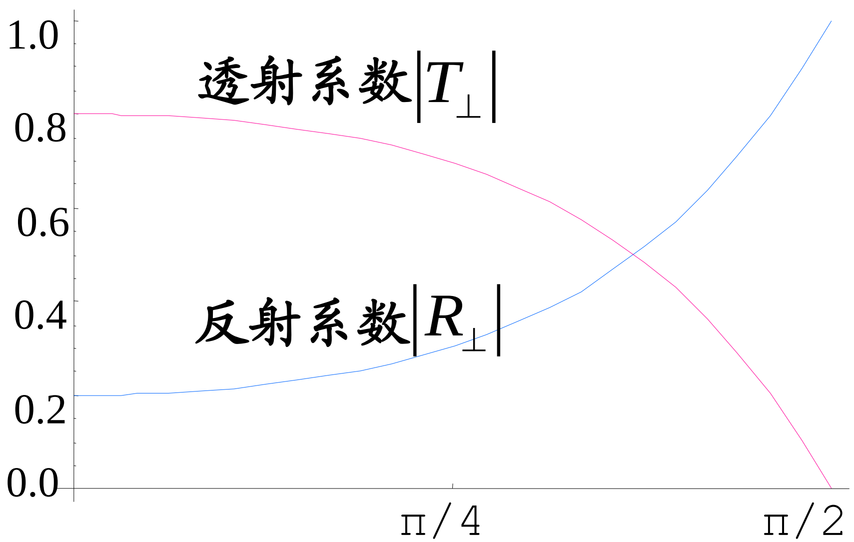

对分界面两侧均为非磁性介质的情况

**临界角：** 发生全反射的最小入射角。

根据折射定律 $k_i \sin\theta_i = k_t \sin\theta_t$ $\quad \sin\theta_t = \sqrt{\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \sin\theta_i$

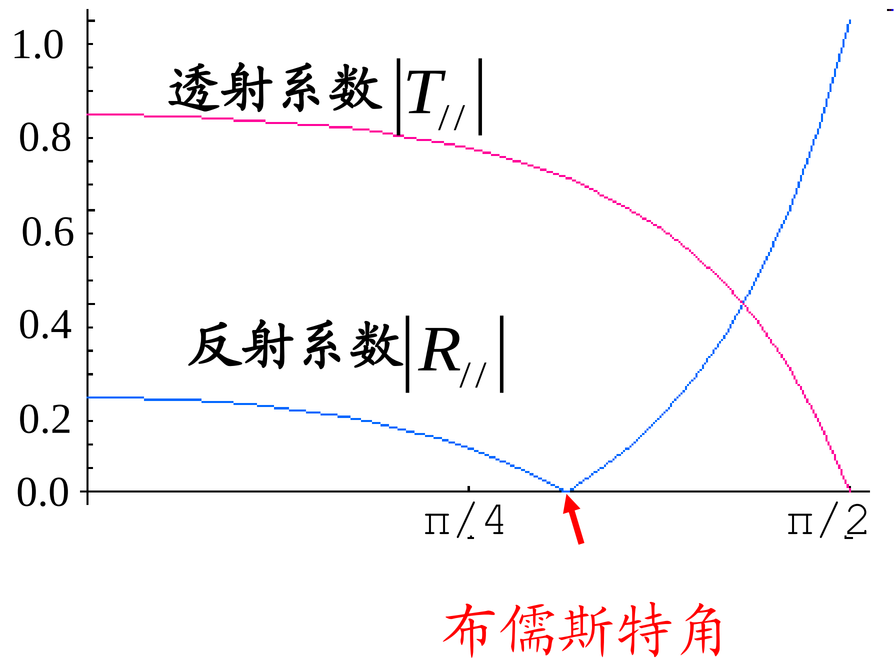
可见 $\sin\theta_t = 1$ 时的入射角就是临界角 $\quad \sin\theta_c = \sqrt{\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$

垂直极化波



1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
透射系数$|T_\perp|$
反射系数$|R_\perp|$
π/4
π/2

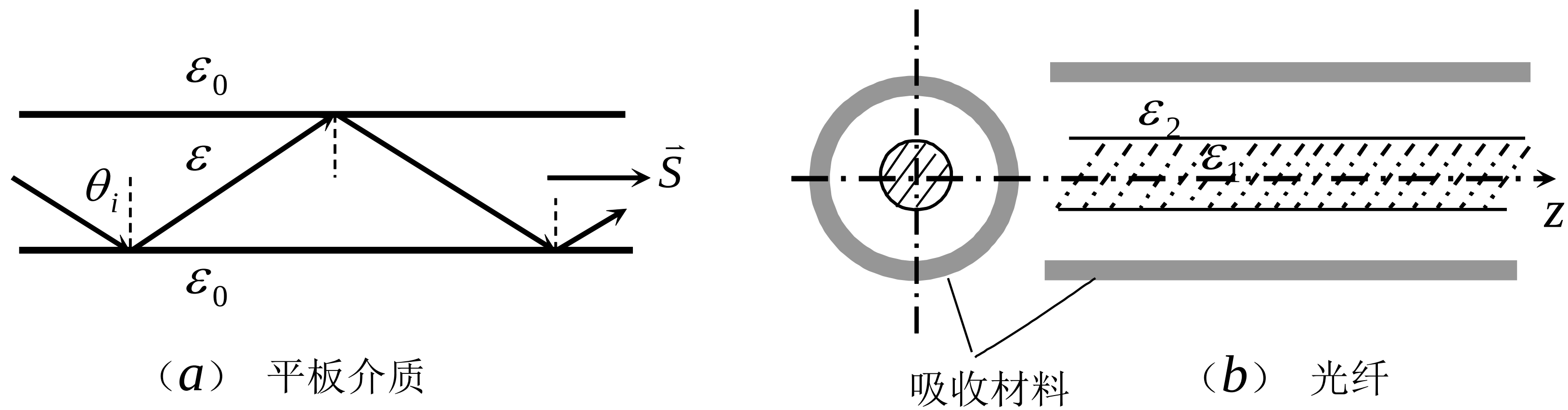

平行极化波



1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
透射系数$|T_{//}|$
反射系数$|R_{//}|$
π/4
π/2
布儒斯特角

## ★全反射的应用

介质波导和光纤



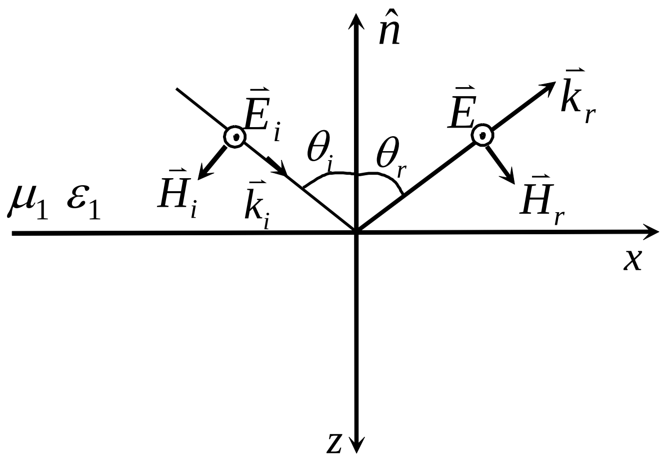

光纤的工作原理图

课堂练习：真空中的平面电磁波，其磁场复矢量表达式见下式。求：（1）求波的传播方向、工作频率及对应的电场瞬时值表达式；（2）求波的极化形式；（3）若此平面波垂直入射 $\varepsilon_r = 4, \mu_r = 1$ 介质内，求反射波和折射波的平均坡印亭矢量，反射波的极化方式。

$$\vec{H} = \left( j\hat{x} - \hat{z} \right) e^{-j2\pi y}$$

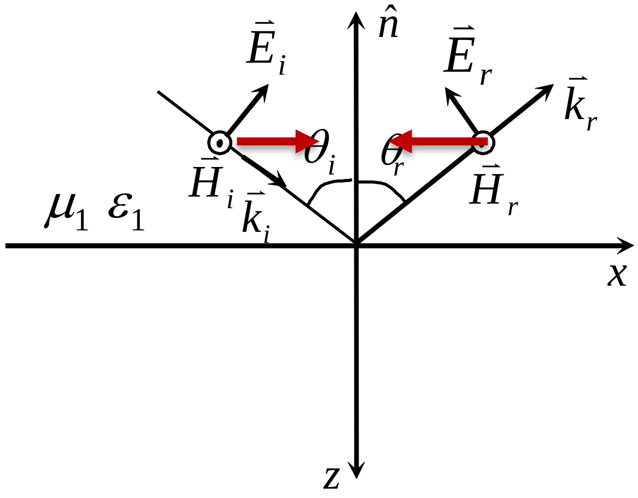
# 6. 理想导体界面的反射和折射

假定2 区为理想导电媒质




垂直极化波

$$R_{\perp} = -1$$




平行极化波

$$R_{\parallel} = 1$$

★若1区为理想电介质，则电磁波垂直入射时，介质1内为纯驻波场。

$$\vec{E}_1=\vec{E}_i+\vec{E}_r=\hat{y}E_{im}[e^{-jk_1z}-e^{jk_1z}]=\hat{y}j2\sin k_{1z}$$

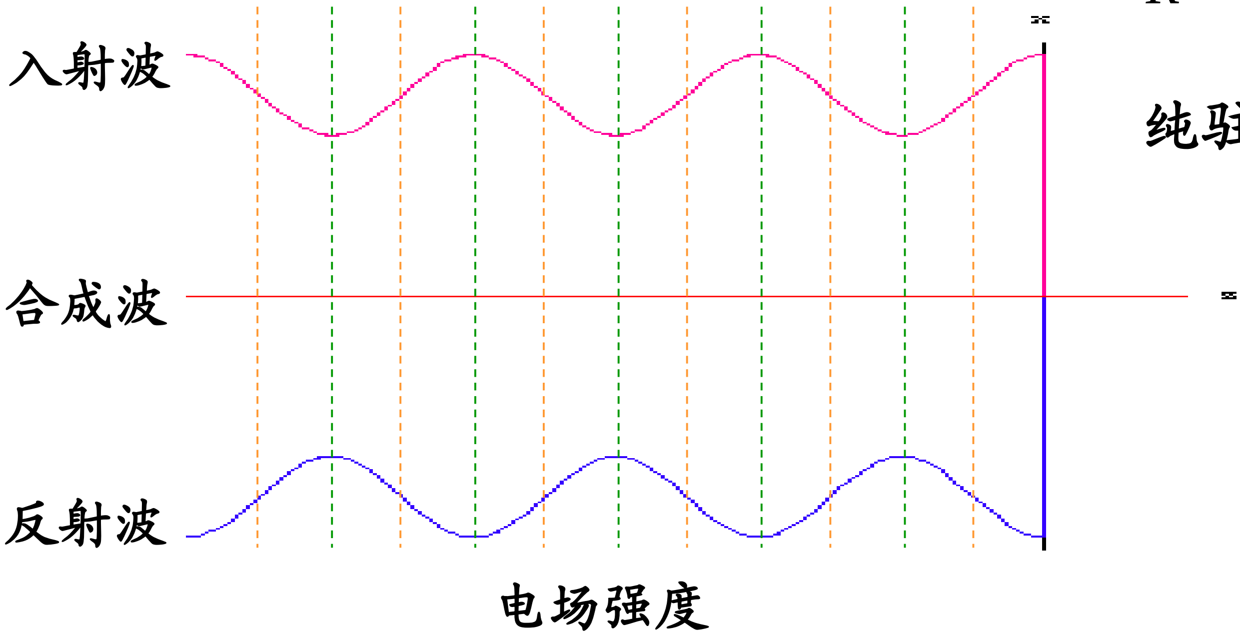
$$\vec{E}(z,t)=-\hat{y}2E_{im}\sin k_1 z\sin\omega t$$

$$\vec{H}_1=\vec{H}_i+\vec{H}_r=-\hat{x}\frac{E_{i0}}{\eta_1}(e^{-jk_1z}+e^{jk_1z})=-\hat{x}\frac{2E_{i0}}{\eta_1}\cos k_1 z$$

$$\vec{H}(z,t)=-\hat{x}2\frac{E_{im}}{\eta_1}\cos k_1 z\cos\omega t$$

理想导体的表面处为电场的波节点和磁场的波腹点，电场值恒为零；距离表面$\lambda_1/4$处为电场的波腹点和磁场的零波节点，磁场值恒为零。

$R = -1$




$$\vec{E}_1 = \hat{y} j 2 \sin k_{1z}$$

课堂练习：两种理想电介质分界面为z=0平面，电介质1和2的电磁参数分别为$\mu_1=\mu_0,\varepsilon_1=9\varepsilon_0$ $\mu_2=\mu_0,\varepsilon_2=16\varepsilon_0$，均匀平面电磁波由介质1斜入射到平面上，电磁波电场矢量为

$$\vec{E}=\left[5j\hat{y}+(3\hat{x}-4\hat{z})\right]e^{-j\left(4x+3z\right)}$$

求:

（1）入射角，反射角，折射角，入射波的极化方式;

（2）反射波的极化形式