微波传输线的分析模型

研究传输线问题的起点："传输线"三个字：

1. "线"：不仅仅表明所有的传输线无论粗细或者宽窄，总体上呈现的是线状结构、而且更希望指明的是线的走向代表了电磁能量的传递方向。本课程始终将电磁能量的传递方向定义为：z方向（直线方向）。

2. "传输"：不仅仅是对线的用途限定，而且也提示我们要了解传输线首先要从传输特性入手，即在z方向的电磁波传输特性。

据此，本章的目的是建立传输线的传输模并展现基本的传输特性，模型的基本特点是1.一维结构、仅和传输z方向有关；2.电路模型，考虑沿线电压（波）u和电流i.

由于微波波长与传输线的物理长度可比拟甚至更小，所以传输线沿线电压u和电流i都应该是位置z和时间t的函数。

传输线方程——场方法

小结：

①利用麦克斯韦方程组及模式正交性推导得到了等效电压和电流所满足的传输线方程（电报方程）：

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -Y_0 U$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -Z_0 I$$

②如果只是研究波导某一种模式得传输，那么三维波矢量方程求解可转化为一维传输线方程的求解。

传输线方程——路方法

小结：

①将传输线由等效电路模型描述；

②电压的变化由串联阻抗引起、电流变化由并联导纳引起，从而导出传输线方程：

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -Y_0 U$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -Z_0 I$$

③矩形波导和双导体传输线模型相同，推而广之，不同种类传输线都可以用上述模型来研究。

微波传输线的分析模型

- 传输线分析模型及其解
- 传输线特征量及其变换式

  电流、电压、反射系数、输入阻抗、驻波比
- 均匀无耗传输线的工作状态
- 圆图
- 阻抗匹配

传输线特征量及其变换式

- 电压和电流变换式
- 反射系数变换式
- 输入阻抗变换式
- 驻波比
- 传输功率与传输效率

已知负载处的电压/电流（z=0）如何求其他位置的电压/电流？

电压和电流变换式

已知均匀无耗传输线U和I的入射、反射波叠加表达式

$$U(z)=U^i e^{-j\beta z}+U^r e^{j\beta z} \tag{2.3.34}$$

$$I=\frac{1}{Z_c}\left(U^i e^{-j\beta z}-U^r e^{j\beta z}\right) \tag{2.3.35}$$

入射波和反射波也可用电压、电流表示

$$U^i e^{-j\beta z}=\frac{1}{2}\left[U(z)+Z_c I(z)\right] \tag{2.3.36}$$

$$U^r e^{j\beta z}=\frac{1}{2}\left[U(z)-Z_c I(z)\right] \tag{2.3.37}$$

在$z=0$处有

$$U^i=\frac{1}{2}\left[U(0)+Z_c I(0)\right] \tag{2.3.38}$$

$$U^r=\frac{1}{2}\left[U(0)-Z_c I(0)\right] \tag{2.3.39}$$

电压和电流变换式

将式(2.3.38)、(2.3.39)中带入(2.3.34)(2.3.35)中得到

$$U(z)=U(0)\cos(\beta z)-jZ_cI(0)\sin(\beta z) \qquad (2.3.40)$$

$$I(z)=-jY_cU(0)\sin(\beta z)+I(0)\cos(\beta z) \qquad (2.3.41)$$

上两式也可以写成矩阵表示的形式

$$\begin{bmatrix} U(z) \\ I(z) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \cos(\beta z) & -jZ_c\sin(\beta z) \\ -jY_c\sin(\beta z) & \cos(\beta z) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U(0) \\ I(0) \end{bmatrix} \qquad (2.3.42)$$

或

$$\begin{bmatrix} U(0) \\ I(0) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \cos(\beta z) & jZ_c\sin(\beta z) \\ jY_c\sin(\beta z) & \cos(\beta z) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U(z) \\ I(z) \end{bmatrix} \qquad (2.3.43)$$

电压和电流变换式

利用坐标平移变换关系，两平面 $z=z_1,z_2$ 间电压和电流的一般变换关系为：

$$\begin{bmatrix} U(z_2) \\ I(z_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos[\beta(z_2-z_1)] & -jZ_c\sin[\beta(z_2-z_1)] \\ -jY_c\sin[\beta(z_2-z_1)] & \cos[\beta(z_2-z_1)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(z_1) \\ I(z_1) \end{bmatrix}$$

(2.3.44)

传输线特征量及其变换式

- 电压和电流变换式
- 反射系数变换式
- 输入阻抗变换式
- 驻波比
- 传输功率与传输效率

已知负载处的反射系数如何求其他位置的？

反射系数变换式

已知传输线上的U和I是入射、反射波的叠加

$$U(z) = U^i e^{-j\beta z} + U^r e^{j\beta z}$$

$$I = \frac{1}{Z_c}\left(U^i e^{-j\beta z} - U^r e^{j\beta z}\right)$$

反射系数定义：反射波与入射波之比。

电压反射系数：

$$\Gamma_u(z) = \frac{U^r e^{j\beta z}}{U^i e^{-j\beta z}} = \frac{U^r}{U^i} e^{j2\beta z} = \Gamma_u(0) e^{j2\beta z}$$

电流反射系数：

$$\Gamma_i(z) = \frac{I^r e^{j\beta z}}{I^i e^{-j\beta z}} = -\frac{U^r}{U^i} e^{j2\beta z} = \Gamma_i(0) e^{j2\beta z}$$

反射系数变换式

均匀无耗传输线反射系数：

$$\Gamma_u(z)=\frac{U^r e^{j\beta z}}{U^i e^{-j\beta z}}=\frac{U^r}{U^i}e^{j2\beta z}=\Gamma_u(0)e^{j2\beta z} \qquad (2.3.45)$$

一般变换关系为

$$\Gamma_u(z_2)=\Gamma_u(z_1)e^{j2\beta(z_2-z_1)} \qquad (2.3.46)$$

式(2.3.34)、(2.3.35)又可写成

$$U(z)=\left[1+\Gamma_u(z)\right]U^i e^{-j\beta z} \qquad (2.3.47)$$

$$I(z)=\left[1-\Gamma_u(z)\right]\frac{U^i e^{-j\beta z}}{Z_c} \qquad (2.3.48)$$

电流反射系数有：

$$\Gamma_i(z)=-\Gamma_u(z)$$

反射系数变换式

把(2. 3. 45)代入(2. 3. 47)得到

$$U(z)=\left[1+\Gamma_u(0)e^{j2\beta z}\right]U^i e^{-j\beta z}=\left[1+\left|\Gamma_u(0)\right|e^{j2\beta z+\varphi_{\Gamma_0}}\right]U^i e^{-j\beta z} \quad (2.3.49)$$

当 $2\beta z+\varphi_{\Gamma_0}=2n\pi, n=0,1,2,3...$（2. 3. 50）时

$$\left|U(z)\right|_{\max}=\left|U^i\right|\left[1+\left|\Gamma_u(0)\right|\right] \quad (2.3.51)$$

这些空间位置对应的点称为 **波腹点**（ **antinodal point** ）。

可以证明 $\left|\Gamma(z)\right|\le 1$, 则当

$$2\beta z+\varphi_{\Gamma_0}=(2n+1)\pi,\ n=0,1,2,3... \quad (2.3.52)$$

$$\left|U(z)\right|_{\min}=\left|U^i\right|\left[1-\left|\Gamma_u(0)\right|\right] \quad (2.3.53)$$

对应 **波节点**（ **nodal point** ）

传输线特征量及其变换式

- 电压和电流变换式
- 反射系数变换式
- 输入阻抗变换式
- 驻波比
- 传输功率与传输效率

已知负载阻抗（z=0）如何求某一位置的输入阻抗？

输入阻抗变换式

输入阻抗

$$Z_{in}(z) \triangleq \frac{U(z)}{I(z)} \quad (2.3.54)$$

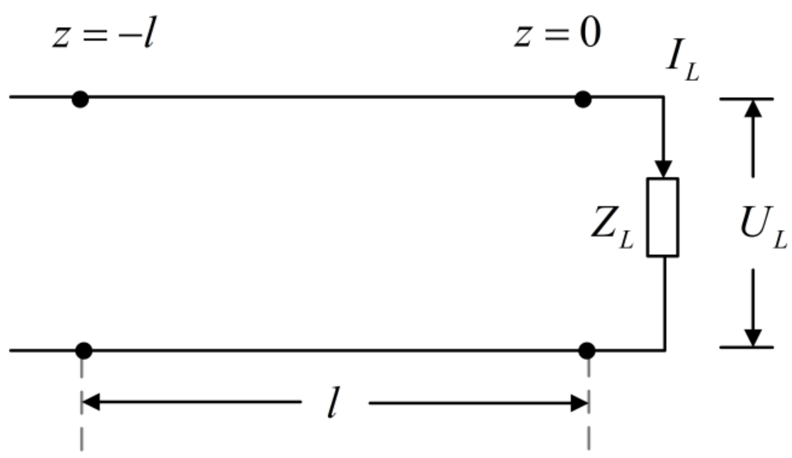

图2-15带负载的传输线

均匀无耗传输线电压和电流：

$$\begin{cases} U(z)=\left[1+\Gamma_u(z)\right]U^i e^{-j\beta z} \\ I(z)=\left[1-\Gamma_u(z)\right]\dfrac{U^i e^{-j\beta z}}{Z_c} \end{cases}$$

$$Z_{in}(z)=\frac{U(z)}{I(z)}=Z_c\frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)}$$

$$\Gamma(z)=\frac{Z_{in}(z)-Z_c}{Z_{in}(z)+Z_c}=\frac{\bar{Z}_{in}(z)-1}{\bar{Z}_{in}(z)+1}$$

归一化输入阻抗 $\bar{Z}_{in}=\dfrac{Z_{in}}{Z_c}$

问题：证明 $\left|\Gamma(z)\right|\le 1$

输入阻抗变换式

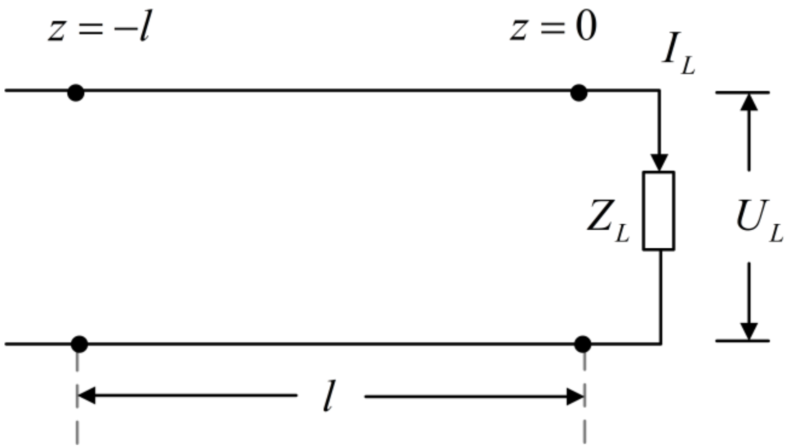

图2-15带负载的传输线

$$Z_{in}(0)=Z_L=Z_c\frac{1+\Gamma(0)}{1-\Gamma(0)}$$

$$\Rightarrow \Gamma(0)=\frac{Z_L-Z_c}{Z_L+Z_c}$$

$$\therefore \Gamma(z)=\frac{Z_L-Z_c}{Z_L+Z_c}e^{j2\beta z}$$

$$Z_{in}(z)=\frac{U(z)}{I(z)}=Z_c\frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)}$$

$$Z_{in}(z)=Z_c\frac{Z_L-jZ_c\tan(\beta z)}{Z_c-jZ_L\tan(\beta z)}$$

利用坐标平移变换关系，两平面 $z=z_1,z_2$ 间输入阻抗的一般变换关系为：

$$Z_{in}(z_2)=Z_c\frac{Z_{in}(z_1)+jZ_c\tan[\beta(z_2-z_1)]}{Z_c+jZ_{in}(z_1)\tan[\beta(z_2-z_1)]}$$